

۱- مجموعه $W = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x, y) \neq (0, 0)\}$ را در نظر بگیرید. فراربی دهم
 که $m, n \leq \infty$ به ازای کدام مقادیر m, n $f(x, y)$ نیک موجود است. به ازای کدام مقادیر
 $f(x, y)$ در $(0, 0)$ پیوسته می‌شود، اگر $f(0, 0) = 0$ باشد.

$$f(x, y) = \frac{x^m y^n}{x^2 + y^2}$$

۲- k عددی حقیقی و m, n اعداد صحیح نامنفی که $|k| < 1$ ، $m+n > 2$. فراربی دهم

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^m y^n}{x^2 + 2kxy + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

نشان دهید که f در $(0, 0)$ پیوسته است.

۳- مشتق‌های خواسته شده را با قاعده زنجیره‌ای محاسبه کنید

الف) $\frac{\partial u}{\partial \theta}, \frac{\partial u}{\partial \phi}$ در نقطه $(\phi, \theta) = (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$ اگر $u = x^3 - 3xy^2$

ب) $\frac{\partial u}{\partial y_j}$ در $(y_1, \dots, y_n) = (1, \dots, 1)$ اگر $u = x_1 + (x_1 x_2) + \dots + (x_1 x_2 \dots x_n)$

$$x_j = y_j y_{j+1} \dots y_n$$

۴- نشان دهید $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial(x, y)}{\partial(r, \theta)} \\ \frac{\partial(r, \theta)}{\partial(x, y)} \end{bmatrix}$ که در آن (r, θ) مولد صاف

حقیقی است.

۵- نشان دهید. الف) $\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = 0$

ب) $\frac{\partial^2 r}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 r}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 r}{\partial y^2} = \frac{1}{r^2}$